

УДК 621.44.533.697

**Ю. П. КУХТИН**, канд. техн. наук; вед. інженер ГП «Івченко-Прогресс»,  
Запорожжє;  
**Г. И. СЛЫНЬКО**, д-р техн. наук; проф. ЗНТУ, Запорожжє

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЯВЛЕНИЯ СЕПАРАЦИИ ПОЛНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ В ПОТОКАХ СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

Приведены результаты численного исследования и анализа разделения полной температуры, возникающего в энергетически изолированных потоках сжимаемой жидкости. Численными исследованиями показано, что данное явление присуще также и потокам невязкой идеальной жидкости при наличие вращательного движения ее частиц. По результатам анализа уравнений законов сохранения идеального газа в цилиндрической системе координат, а также результатам численного моделирования, сделаны выводы о причинах перераспределения полной температуры.

**Ключевые слова:** сепарация полной температуры, сжимаемая жидкость.

### Введение

При рассмотрении движения вязкой жидкости с неравномерным распределением скорости в потоке, неизменность полной энтальпии в общем случае не является интегралом уравнения энергии для всей массы жидкости, так как в потоке образуется местное перераспределение энергии [1]. Таким образом, в потоках жидкости, отличных от одномерных, возможно перераспределение полной температуры.

### Анализ основных достижений и литературы

В 1943 году Экерт и Вайз [2] обнаружили, что осредненная по времени полная температура в следе за круговым цилиндром уменьшается как минимум на 20 К в сравнении с полной температурой набегающего потока. Позднее Райан также подтвердил это экспериментально и предположил, что феномен может быть обусловлен вихреобразованием [3]. Было предложено множество теорий объяснения эффекта Экерта-Вайза. По теории основанной на уравнении энергии и уравнении для потенциала свободных вихрей дефицит полной температуры располагается между двумя рядами вихрей и пропорционален частоте отрыва вихрей и циркуляции.

Теория сепарации энергии, предложенная Куросакой [4] основана на уравнении энергии в форме  $C_p \frac{dT^*}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial t}$ . По этой теории, рассматриваемой в лагранжевой системе координат, частицы жидкости, движущиеся вокруг ядра конвективного вихря, образующегося за цилиндром, в своем движении пересекают нестационарное поле давления. В зависимости от направления пересечения этого поля возникает положительный или отрицательный градиент полной температуры.

Неравномерное распределение поля полной температуры наблюдается и в следе за турбинными лопатками с толстой выходной кромкой [5].

Явление падения полной температуры за телом с толстой задней кромкой, возникающее при обтекании его потоком сжимаемой жидкости, имеет одну природу с явлением сепарации полной температуры, которое ярко присутствует в интересном техническом устройстве, называемом вихревой трубкой Ранке-Хилша. Еще в начале XX века французский инженер Ж. Ранке запатентовал устройство, названное им «вихревой трубкой», в котором осуществил разделение потока сжатого воздуха на два

---

© Ю.П. Кухтин, Г.И. Слынько, 2015

потока – холодный и горячий. В 1946 году немецкий физик Р. Хилш опубликовал работу об экспериментальных исследованиях вихревой трубки, в которых дал рекомендации для конструирования таких устройств.

Еще в 1937 году советский ученый К. Страхович, не зная об опытах Ранке, в курсах лекций по прикладной газодинамике теоретически доказывал, что во вращающихся потоках газа должны возникать неоднородности полной температуры. При обзоре доступной в публикациях информации можно отметить следующие объяснения физического процесса сепарации, происходящего в вихревой трубке.

В работе [6] было показано, что для невязких течений большая температурная разница может быть результатом нестационарности потока. В стационарном, осесимметричном, турбулентном, завихренном течении без внешнего подвода тепла и действия внешних сил изменение полной температуры может происходить в результате работы сдвиговых напряжений и турбулентного переноса тепла, считают авторы работы [7]. Существует также объяснения на основе Максвеловского закона случайного распределения молекул по скоростям.

#### **Цель исследования**

Целью данного исследования является численный анализ и определение физических факторов, приводящих к сепарации полной температуры в вихревых потоках сжимаемой жидкости.

#### **Объект исследований**

В качестве объекта для исследований был выбран цилиндрический канал, образованный двумя поверхностями вращения с радиусами  $R1$  и  $R2$  и длиной  $L$  (см. рис. 1). На выходе канал заканчивается конфузорным участком с радиусом внутренней поверхности  $R3$ .

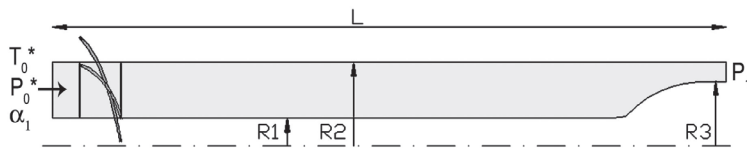


Рис. 1 – Геометрия расчётной области

На входе установлен лопаточный сопловой аппарат, состоящий из 6 лопаток, с постоянным по высоте углом выхода потока  $\alpha_1 = 25^\circ$  (рис. 2а).

#### **Математическая модель и численный метод**

Для моделирования течения газа в приведенной выше геометрической области численно решались осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса (*RANS*) записанные в приближении тонкого слоя для цилиндрической системы координат [8]. При расчёте вязких турбулентных течений основные уравнения замыкались стандартной  $k-\epsilon$  моделью турбулентности Лаундера-Сполдинга. Граничные условия на твердой стенке для кинетической энергии турбулентности (ТКЕ) и скорости диссипации ТКЕ определялись с помощью пристеночной функции.

Решение системы уравнений проводилось с помощью численной схемы 2-го порядок точности по пространству с использованием процедуры распада произвольного разрыва С.К. Годунова. Вязкие компоненты аппроксимировались центральными разностями.

При выполнении расчётов использовалась сетка типа  $H$  содержащая 70000 ячеек с минимальным безразмерным расстоянием до стенки  $y^+ > 10$  (рис. 2).

#### **Результаты исследования и их обсуждение**

В рассматриваемой геометрической области были проведены расчёты течения невязкого идеального газа и турбулентного течения вязкого газа. Отношение полного

давления на входе к статическому давлению на выходе  $P_0^*/P_1$  соответствовало безразмерной адиабатической скорости  $M_{ад} = 0,9$ . Полная температура потока на входе  $T_0^* = 290$  К. Число Рейнольдса, посчитанное по параметрам на выходе и длине расчётной области, составляло  $Re = 4,5 \cdot 10^4$ .

Ниже представлены поля распределения полной температуры с одним интервалом шкалы температуры. Распределение в меридиональной плоскости для невязкого (а) и вязкого (б) течения газа изображено на рисунке 3. Увеличенные фрагменты распределения  $T^*$  и векторов скорости потока на участке за сопловым аппаратом показаны на рисунке 4.

Картину изменения анализируемого параметра по потоку можно получить из визуализации его распределения по сечениям на 20 %, 50 % и 80 % длины расчётной области (см. рис. 5, 6).

На диаграммах ниже (рис. 6) показано распределение в радиальном направлении осредненной по окружности  $T^*$ . Разность между максимальным и минимальным значением параметра изменяется по контрольным сечениям следующим образом:

- невязкий расчёт сеч. 1 – 25.8°, сеч. 2 – 24.3°, сеч. 3 – 23.2°;
- вязкий расчёт сеч. 1 – 20.5°, сеч. 2 – 21.7°, сеч. 3 – 23.1°.

Перепад температуры, который в сечении 1 различен для невязкого и вязкого течений, в сечении 3 достигает одного и того же значения.

Как видно из представленных результатов (рис. 6), разделение полной температуры происходит практически одинаково в невязком и вязком потоке газа. Это наталкивает на мысль, что физическая вязкость и турбулентные вихреобразования не являются основным фактором, вызывающим явление сепарации полной температуры или энтальпии газа. Поэтому дальнейшие рассуждения будем строить на основе анализа невязкого течения термодинамически идеального газа.

Для наглядности рассуждений запишем основные уравнения законов сохранения для невязкого газа в цилиндрической системе координат в неконсервативной форме:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\rho}{dt} + \rho \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right) = -\frac{\rho v}{r}; \\ \frac{du}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = 0; \\ \frac{dv}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{w^2}{r}; \\ \frac{dw}{dt} + \frac{1}{\rho r} \frac{\partial P}{\partial \varphi} = -\frac{vw}{r}; \\ \frac{di^*}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial t}. \end{array} \right. \quad (1)$$

где  $\rho$  – плотность;  $P$  – давление;  $u, v, w$  – компоненты скорости по осям  $x, r, \varphi$  соответственно;  $i^* = C_p T^*$  – полная энтальпия;  $C_p = \text{const}$  – удельная теплоёмкость при постоянном давлении;  $t$  – время.

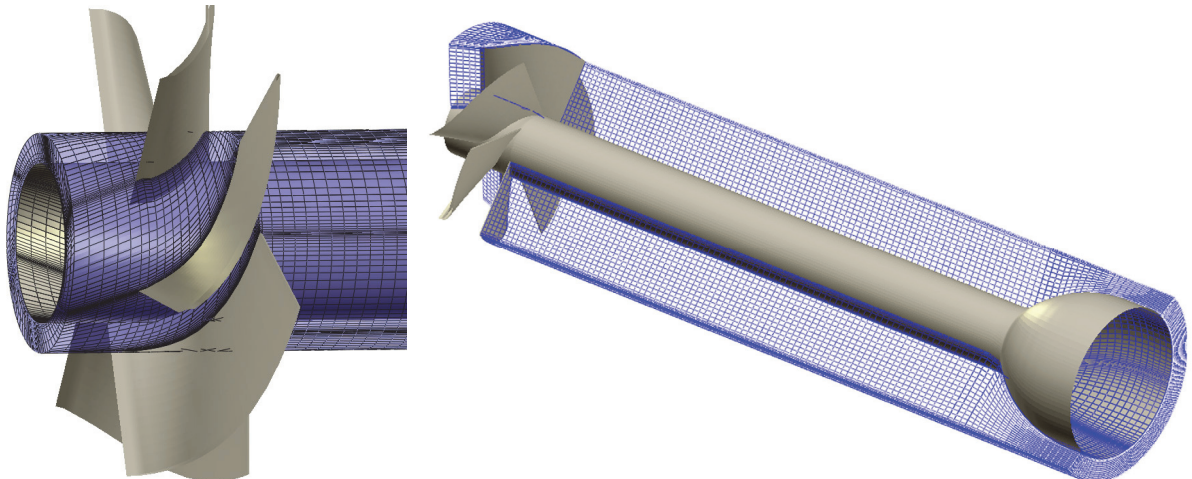


Рис. 2 – Рашчётная сетка: *a* – в сопловом аппарате; *б* – во всей области

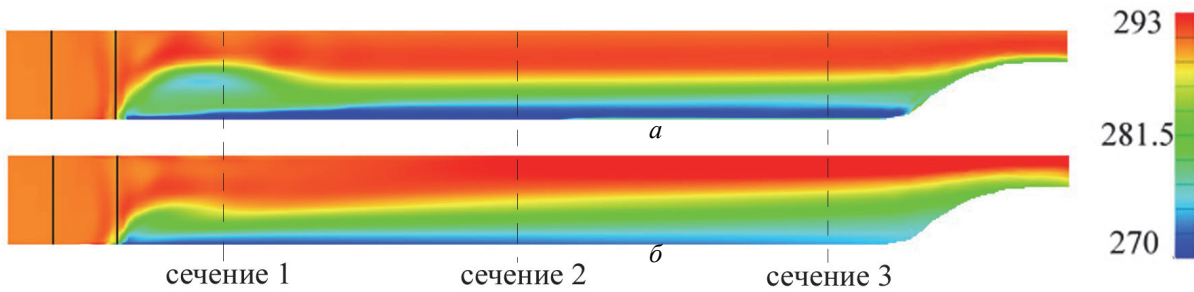


Рис. 3 – Поля полной температуры для турбулентного течения газа в меридиональной плоскости: *a* – невязкого; *б* – вязкого

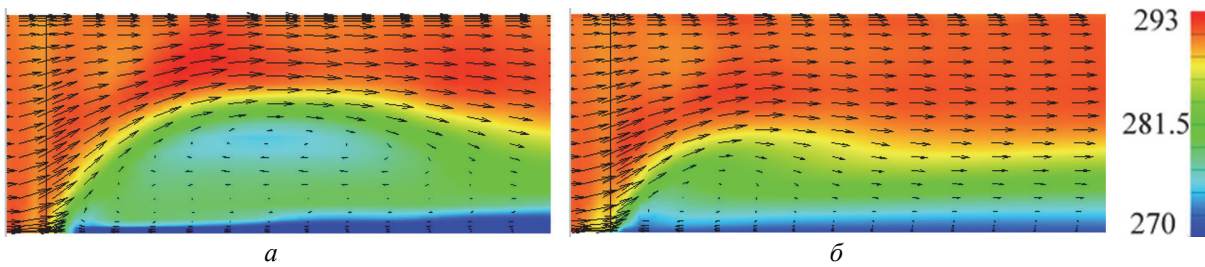


Рис. 4 – Фрагменты полей полной температуры и векторов скорости для турбулентного течения газа в меридиональной плоскости: *a* – невязкого; *б* – вязкого

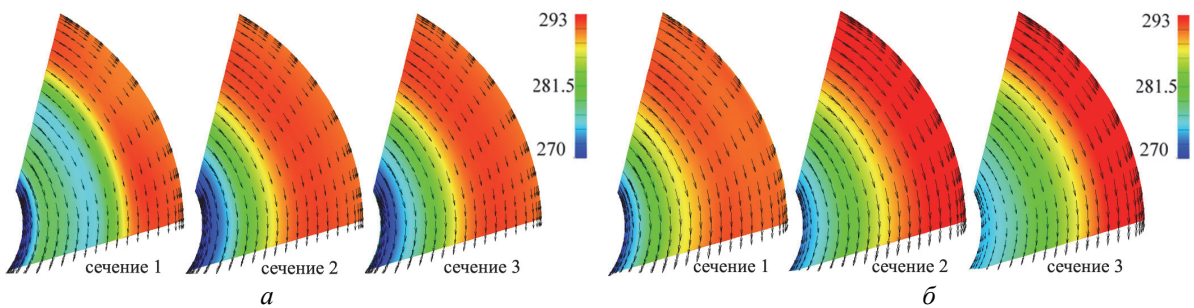


Рис. 5 – Поля полной температуры для турбулентного течения газа в контрольных сечениях: *a* – невязкого; *б* – вязкого

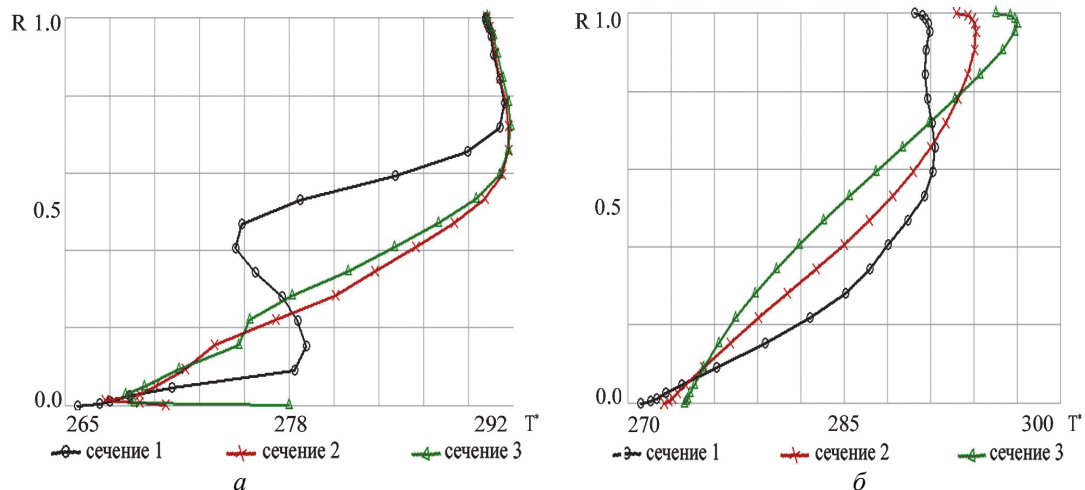


Рис. 6 – Осреднённая в окружном направлении полная температура для турбулентного течения газа в контрольных сечениях: а – невязкого; б – вязкого

Так как, судя по результатам, градиент  $T^*$  (или  $i^*$ ) имеет явно выраженное радиальное направление, то, очевидно, для анализа представляет интерес уравнение сохранения импульса для радиальной компоненты скорости. Полученное численное решение является стационарным, вследствие этого, уравнение сохранения импульса для радиальной составляющей скорости и уравнения энергии запишем для стационарного потока, предварительно раскрыв субстанциональные производные  $d.../dt$ :

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{w^2}{r}; \quad (2)$$

$$u \frac{\partial i^*}{\partial x} + v \frac{\partial i^*}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial i^*}{\partial \varphi} = 0. \quad (3)$$

Уравнение энергии (3) представляет собой чистое уравнение конвективного переноса параметра  $i^*$  (полной энтальпии) без источников дополнительной энергии в правой части. Оно не представляет интереса для выяснения причины неравномерности полной энтальпии (температуры). Поэтому обратим наше внимание на уравнение для радиальной составляющей импульса (2).

Учитывая тот факт, что течение в средней части расчетной области практически осесимметричное и радиальная составляющая скорости  $v$  практически не меняется в окружном и осевом направлениях, упростим уравнение (2):

$$v \frac{dv}{dr} + \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} = \frac{w^2}{r}, \quad \text{или} \quad d\left(\frac{v^2}{2}\right) + \frac{1}{\rho} dP = \Omega^2 r dr,$$

где  $\Omega = w/r$ . После интегрирования по радиусу, имеем:

$$\frac{v_{r2}^2 - v_{r1}^2}{2} + \int_{r_1}^{r_2} \frac{dP}{\rho} = \int_{r_1}^{r_2} \Omega^2 r dr. \quad (4)$$

Получили ни что иное, как уравнение Бернулли для единицы массы газа в проекции на радиальную ось. Оно выражает зависимость изменения скорости, давления и плотности от работы инерционных сил (правая часть уравнения). Наличие сил инерции обусловлено свойством неинерциальной системы отсчета, каковой является цилиндрическая система. Вычислим интеграл, стоящий в левой части, используя

изоэнтропическую связь параметров  $P/\rho^k = \text{const}$ , и введём обозначение  $i_r^* = C_p T_r^* = C_p T + v^2/2$ , тогда:

$$\frac{v_{r2}^2 - v_{r1}^2}{2} + C_p(T_2 - T_1) = C_p(T_{r2}^* - T_{r1}^*) = i_{r2}^* - i_{r1}^* = \int_{r_1}^{r_2} \Omega^2 r dr, \quad \text{или} \quad (5a)$$

$$C_p(T_{r2}^* - T_{r1}^*) = L_u, \quad \text{где} \quad L_u = \int_{r_1}^{r_2} \Omega^2 r dr. \quad (5b)$$

В левой части (5) получили изменение заторможенной температуры по радиусу, а в правой – работу силы инерции (центробежной силы)  $L_u$ . Таким образом, работа сил инерции в радиальном направлении приводит к перераспределению полной температуры в данном направлении.

На рисунке 7 показаны, полученные из расчёта, распределения по радиусу осреднённых в окружном направлении энтальпии  $i_r^*$  и работы  $L_u$  в одном масштабе в трех контрольных сечениях.

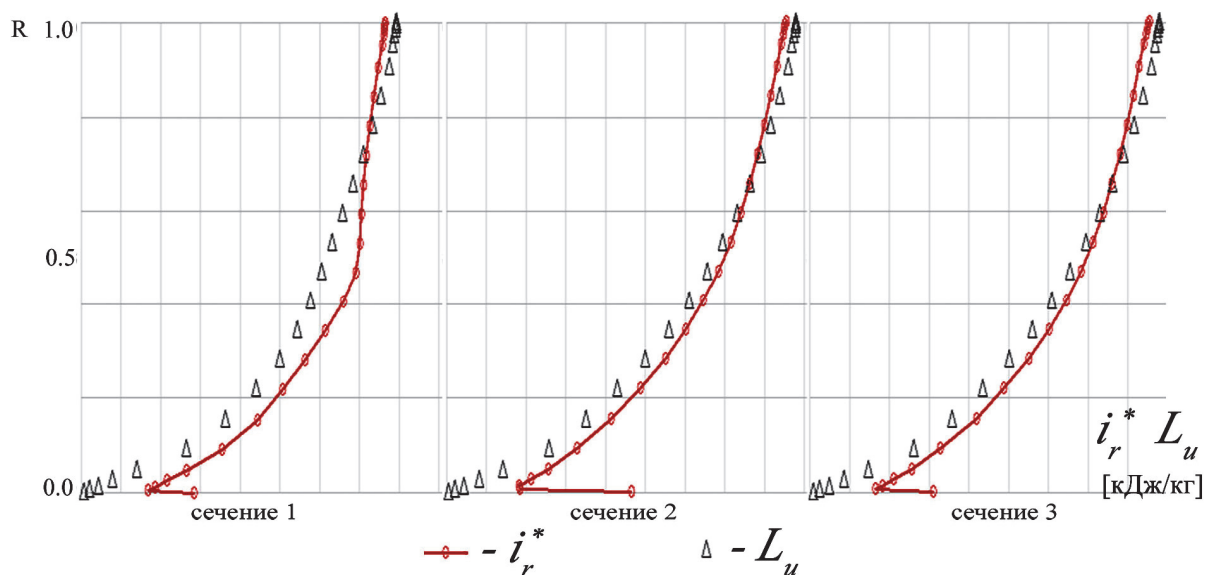


Рис. 7 – Изменение по радиусу осреднённых в окружном направлении параметра  $i_r^*$  и работы  $L_u$  по контрольным сечениям

Представленное на диаграммах неплохо согласуется с выводом, который следует из уравнений (5).

Связь параметров  $i_r^*$  и  $i^*$ , которая выражается соотношением

$$i^* = C_p T^* = C_p T + \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} = C_p T + \frac{v^2}{2} + \frac{u^2 + w^2}{2} = i_r^* + \frac{u^2 + w^2}{2}, \quad (6)$$

представлена по результатам расчета на рис. 8 для контрольных сечений 1 и 2. Видно, что характер роста полной энтальпии  $i^*$  по радиусу практически определяется ростом параметра  $i_r^*$ , за исключением участка на среднем радиусе в сечении 1, где сказалась неравномерность распределения кинетической энергии  $(u^2 + w^2)/2$ .

На рис. 9 изображено распределение в расчётной области полной температуры  $T^*$  и работы сил инерции на единицу длины в радиальном направлении  $\Omega^2 r \Delta r$ .

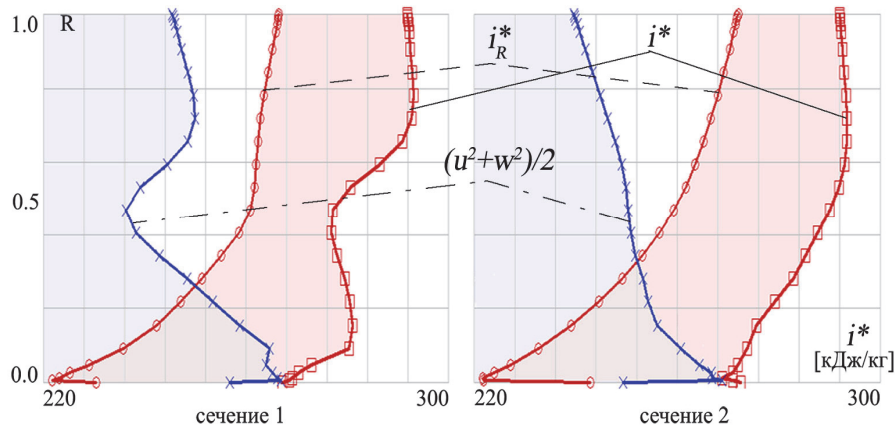


Рис. 8 – Распределение по радиусу осреднённых в окружном направлении параметров  $i^*$ ,  $i_r^*$  и  $(u^2 + w^2)/2$

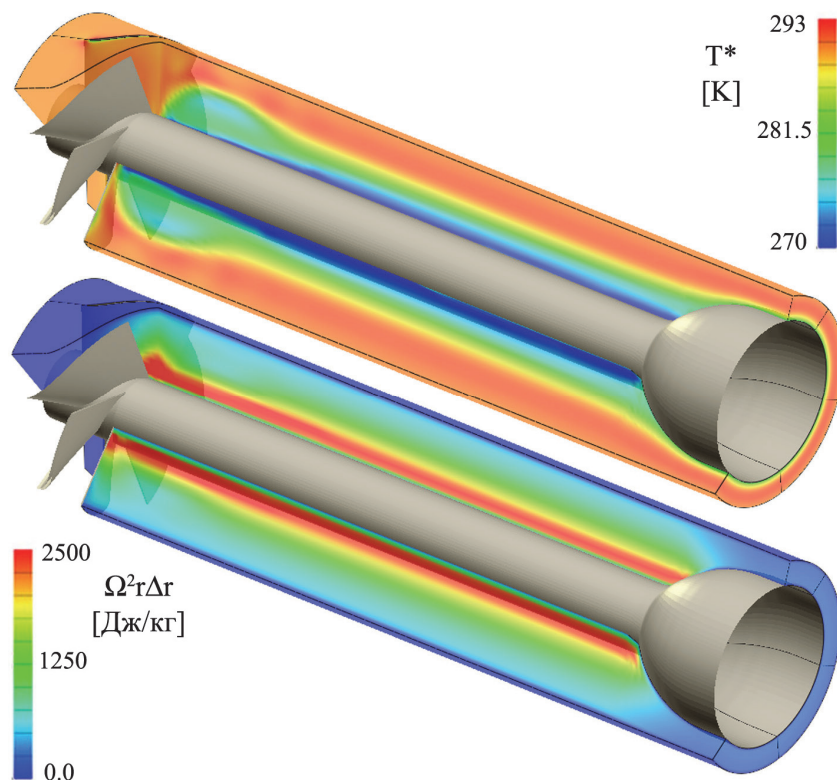


Рис. 9 – Полная температура  $T^*$  (сверху) и удельная на единицу длины работа сил инерции  $\Omega^2 r \Delta r$  (снизу)

Теперь используем полученный выше вывод для объяснения явления падения  $T^*$  в закомочном следе за цилиндром и за профилем с толстой задней кромкой.

На рис. 10 представлены поля числа Маха и полной температуры  $T^*$  в фиксированный момент времени, которые получены численно в поле за цилиндром диаметром 10 мм при обтекании его газом с параметрами  $M_\infty = 0.6$ ,  $Re = 1.53 \cdot 10^5$ . Из рис. 10б видно, что холодные и горячие пятна возникают парами. Перераспределение температуры к холодному и горячему полюсам возникает именно в местах, где линии тока имеют кривизну – признак присутствия вращательного движения частиц жидкости.

Следующий пример присутствия явления сепарации полной температуры в потоке представлен в расчёте течения газа в решётке профилей при числе Рейнольдса  $Re = 10^5$  и числах Маха за решеткой  $M = 0.6, 0.95, 1.1$ .

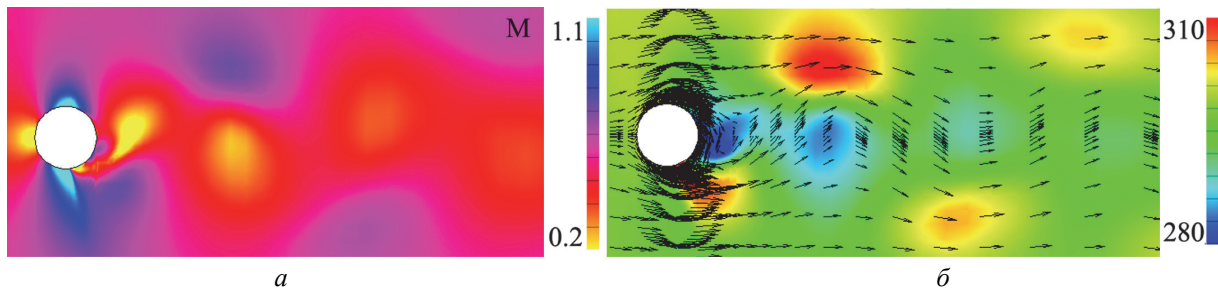


Рис. 10 – Картина миттєвого розподілу:  
 $a$  – безрозмірної швидкості  $M$ ;  $b$  – повної температури  $T^*$

На рис. 11а приведена миттєвна картинка розподілу  $T^*$  при  $M = 1.1$ , на якій відчутливо видно пониження, в області закромочного сліда, і підвищення, навколо нього, значення спостережуваного параметра.

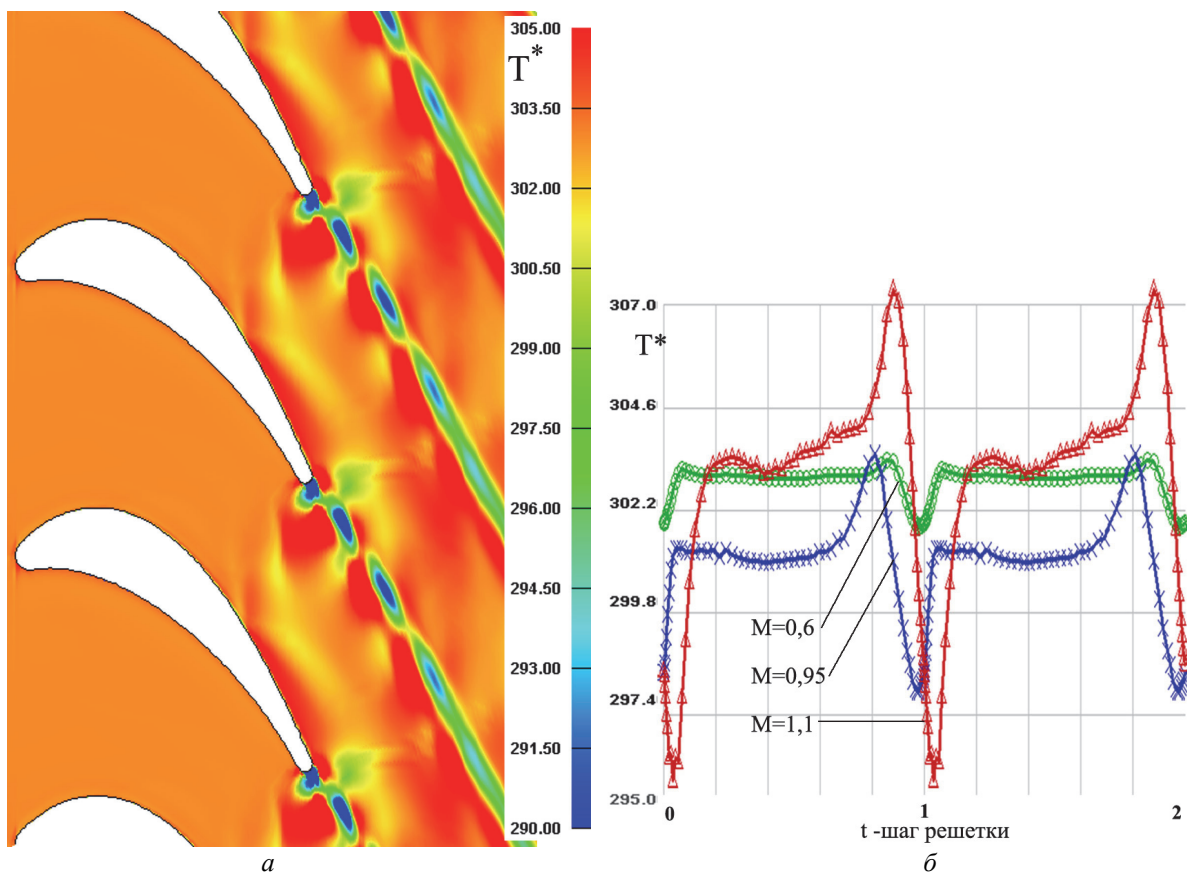


Рис. 11 – Картина миттєвого розподілу:  
 $a$  – безрозмірної швидкості  $M$ ;  $b$  – повної температури  $T^*$

Діаграми змінення повної температури поперек потоку на відстані 50 % ширини решітки для трьох режимів течія показані на рис. 11б. Графіки представлені в єдиному діапазоні змінення функції, що дозволяє добре спостерігати залежність рівня відхилення повної температури від середнього значення в залежності від швидкості.



### Выводы

По результатам анализа уравнений законов сохранения, записанных для невязкого термодинамически идеального газа, а также результатам численного моделирования можно сделать следующие выводы:

1) Перераспределение полной энтальпии (температуры), возникающее в энергетически изолированных потоках сжимаемого газа является результатом работы сил инерции.

2) Достижимая при сепарации разность полной температуры между горячим и холодным потоками зависит от кривизны линий тока и величины тангенциальной скорости.

3) По мнению авторов, влияние на сепарацию полной температуры нестационарности, диффузии, турбулентных сдвиговых напряжений и турбулентного переноса тепла является величиной меньшего порядка. Для более детального исследования роли данных физических факторов на рассмотренное выше явление необходимо проведение дополнительных исследований.

**Список литературы:** 1. Дейч, М. Е. Техническая газодинамика [Текст] / М. Е. Дейч. – М. ; Л. : Госэнергоиздат, 1961 – 672 с. 2. Eckert, E. R. G. Messungen der Temperaturerteilung auf der Oberfläche Schnell Angeströmter Unbeheizter Körper [Text] / E. R. G. Eckert, W. Weise // Forsch. Geb. Ing. Wesen. – 1943. No 13. – P. 246–254. 3. Ryan, L. F. Experiments in Aerodynamic Cooling [Text] : PhD thesis / L. F. Ryan. – Zürich : ETH (Eidgenössische Technische Hochschule), 1951. 4. Kurosaka, M. Energy Separation in a Vortex Street [Text] / M. Kurosaka, J. B. Gertz, J. E. Graham, J. R. Goodman, P. Sundaram, W. C. Riner, H. Kuroda, W. L. Hankey // J. Fluid Mechanics. 1987. – No 178, May. – P. 1–29. 5. Gostelow, J. P. Investigations of Eckert-Weise Energy Separation in the Wakes of Turbine Blades and Circular Cylinders [Text] / J. P. Gostelow, W. E. Carscallen // In 17th Australasian Fluid Mechanics Conference. 2010. – P. 317–320. 6. Leipmann, H. W. Elements of Gasdynamics [Text] / H. W. Leipman, A. Roshko. – John Wiley & Sons Inc, 1957. – P. 190. 7. Deissler, R. G. Analysis of the flow and energy separation in a turbulent vortex [Text] / R. G. Deissler, M. Perlmutter // Int. J. Heat Mass Transfer. 1960. – Vol. 1. – P. 179–191. 8. Кухтин, Ю. П. Верификация метода численного моделирования отрывных течений газа [текст] / Ю. П. Кухтин, В. М. Лапотко, Г. И. Слынько // Авиационно-космическая техника и технология. – Харьков : НАКУ «ХАИ», 2013. – Вып. 8(105). – С. 35–39. – ISSN 1727-7337.

**Bibliography (transliterated):** 1. Dejch, M. E. *Tehnichezkaia gazodinamika*. Moscow : Gosenergoizdat, 1961, 672. Print. 2. Eckert, E. R. G., and W. Weise. "Messungen der Temperaturerteilung auf der Oberfläche Schnell Angeströmter Unbeheizter Körper." *Forsch. Geb. Ing. Wesen*. 13 (1943): 246–254. Print. 3. Ryan, L. F. *Experiments in Aerodynamic Cooling. PhD thesis*. Zürich : ETH (Eidgenössische Technische Hochschule), 1951. Print. 4. Kurosaka, M., et al. "Energy Separation in a Vortex Street." *J. Fluid Mechanics* 178 (1987): 1–29. Print. 5. Gostelow, J. P., and W. E. Carscallen. "Investigations of Eckert-Weise Energy Separation in the Wakes of Turbine Blades and Circular Cylinders." *17<sup>th</sup> Australasian Fluid Mechanics Conference Auckland. New Zealand. 5–9 December 2010*. Print. 6. Leipmann, H. W., and A. Roshko. *Elements of Gasdynamics*. John Wiley & Sons Inc., 1957. 190. Print. 7. Deissler, R. G., and M. Perlmutter. "Analysis of the flow and energy separation in a turbulent vortex." *Int. J. Heat Mass Transfer* 1 (1960): 179–191. 8. Kukhtinn, Yu. P., V. M. Lapotko and G. I. Slynko. "Verifikacija metoda chislenogo modelirovanija otrivnyh techenij gaza." *Aviacionno-kosmicheskaja tehnika i tehnologija* 8(105) (2013): 35–39. Print. ISSN 1727-7337.

Поступила (received) 01.02.2015